

# Vorstellungsübungen im Mathematikunterricht

W5: Workshop in Anlehnung an  
„Mathematische Vorstellungsübungen“  
von Christoph Weber

Dr. Maike Abshagen



Institut für Qualitätsentwicklung  
an Schulen Schleswig-Holstein

# Kopfaufgaben

Beispiele:

- Multipliziere die Summe von 5 und 6 mit der Differenz von 13 und 7.
- Gehe im Koordinatensystem zum Punkt (2|1). Gehe 5 Einheiten nach links und drei nach oben. Notiere die neuen Koordinaten.
- Zähle alle Vierecke auf, die ein Paar gegenüberliegender paralleler Seiten haben.
- Wahr oder falsch? Jedes Quadrat ist auch ein Rechteck.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim zweimaligen Würfeln eine „6“ und eine „3“ zu würfeln?
- ...

# Ablauf

- Vorstellungsübung erfahren
- Placemat
- Durchführung im Unterricht
- Typen von Vorstellungsübungen
- Kriterien zum Erstellen von Vorstellungsübungen
- **Vorstellungsübung selbst erstellen**

# Einstieg

Setzen Sie sich entspannt hin.

Schließen Sie die Augen.

Hören Sie genau zu.

Wenn Sie etwas nicht verstehen, heben Sie die Hand, dann wiederhole ich es in anderen Worten.

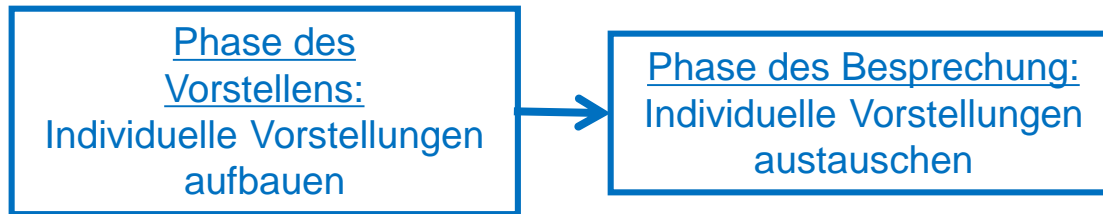


# Vorstellungsübung „Leiter rutschen“

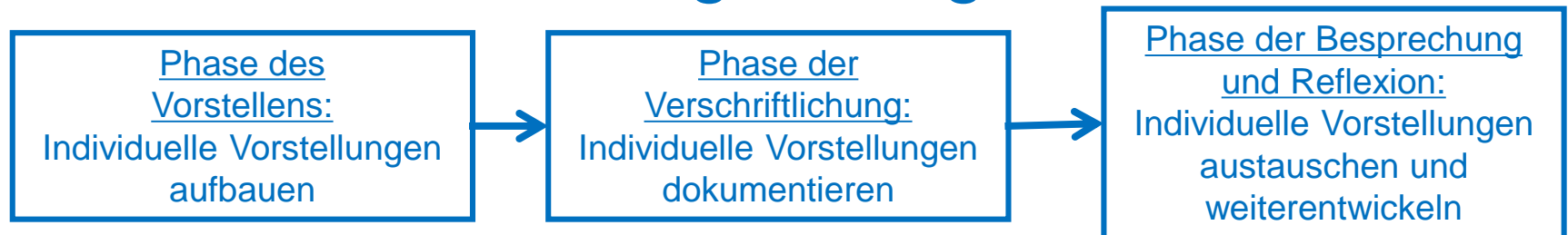
- Durchführung der Vorstellungsübung
  - Anschließende Fragen
- Zum mathematischen Inhalt
- Zum individuellen Vorstellungsaufbau

# Vorstellungsübung Christoph Weber (2010)

## Ablauf von Vorstellungsübungen: Minimalvariante



## Ablauf von Vorstellungsübungen: Luxusvariante



Christoph Weber (2010): Mathematische Vorstellungsübungen im Unterricht  
– Ein Handbuch für das Gymnasium. Klett – Kallmeyer (ISBN 978-3-7800-1047-6).

# Wie kann man Vorstellungs- übungen einsetzen?

- Aufbau von Vorstellungen
- Problemlösen
- Begründen
- Erkenntnis im Widerspruch zum  
Alltagswissen („Paradoxon“)



# Aufbau von Vorstellungen

- Anleitung, um einen Sachzusammenhang **gedanklich konstruieren** zu können
- Text beschreibt den gedanklichen Aufbau des math. Objekts/Prinzips sehr genau und **fordert zum Untersuchen** seiner Eigenschaften auf

# Aufbau von Vorstellungen

## Beispiele

- Konstruktion einer Mittelsenkrechten:  
Gärtner will einen dritten Busch pflanzen,  
der von den anderen gleich weit weg ist
- Würfelschnitte senkrecht zur  
Raumdiagonalen: Würfel auf die Spitze  
stellen und gedanklich schneiden

# Problemlösen

- **Offene Aufgaben**
- SuS sollen sich **eigene Strategie** überlegen
- **Experimentieren und Vermuten** steht im Vordergrund

# Problemlösen

## Beispiele

- **Leiter rutschen:** Welche Kurve entsteht, wenn man den Mittelpunkt einer Leiter betrachtet, die an der Wand runterrutscht?
- **Quadratkette legen:** Terme aufstellen

# Begründen

- Entweder: Begründeter Sachverhalt ist bekannt, wird auf **neuen Kontext** übertragen
- Oder: Vorstellungsübung wird so konzipiert, dass ein Schluss logisch erscheint, zum **Aha-Erlebnis** führt
- Plausibles Schließen als **Vorstufe zum Beweisen**

# Begründen Beispiele

- Innenwinkelsumme im Dreieck:  
Abschreiten eines Dreiecks, Winkel als  
Drehwinkel
- Binomische Formel: Der Flächeninhalt  
von  $a^2 + b^2$  ist kleiner als der  
Flächeninhalt von  $(a + b)^2$

# Erkenntnis im Widerspruch zum Alltagswissen („Paradoxon“)

- Beschreiben einer **kontraintuitiven Situation**, die so im Alltag nicht erlebt wird
- Ziel: Besseres Verständnis durch **Infragestellen**

# Erkenntnis im Widerspruch zum Alltagswissen („Paradoxon“) Beispiele

- Rechnen mit Unendlich: Gäste in einem Hotel



# Welche Themen eignen sich?

<p>Einfacher, reichhaltiger Inhalt</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Fachlich herausfordernde Pointe: Phänomen oder denkwürdiges Problem</li><li>➤ Angemessene Schwierigkeit</li><li>➤ Nicht nur Reproduktion</li><li>➤ Keine „Begriffsklauberei“</li></ul>
<p>Inhalt lässt sich visualisieren</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Inhalt kann geometrisch umgesetzt werden</li><li>➤ Größen nur als Größenordnungen oder Größenverhältnisse</li></ul>
<p>Inhalt lässt sich in einen außer-mathematischen Bild- und Handlungskontext einkleiden</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Kontext wird in der ganzen Übung beibehalten</li><li>➤ Auf den Kontext wird in der Einheit zurückgegriffen</li><li>➤ Vorstellende Person beobachtet und handelt in diesem Kontext</li><li>➤ Keine Manipulation von mathematischen Symbolen, keine Umformungsanweisungen</li></ul>

# Anforderungen an die Sprache

Alltagssprache	<ul style="list-style-type: none"><li>› Rückgriff auf vertrauten Kontext</li><li>› Kurze Sätze</li><li>› Keine formale oder Fachsprache</li></ul>
Einsatz von Analogien und Metaphern	<ul style="list-style-type: none"><li>› Bildhafte und konkrete Begriffe</li><li>› Metaphern, die auf visuelle, taktile oder motorische Vorstellungsbilder zielen</li><li>› Keine unnötigen Details oder überexakte Angaben</li></ul>
Zentrale Verben in Form von Handlungsanweisungen	<ul style="list-style-type: none"><li>› Verben zielen auf Vorstellungshandlungen: gedankliches Bearbeiten, dynamische Bewegungen</li><li>› Direkte und konkrete Anweisungen sowie Imperative</li><li>› Keine Passivformulierungen oder unpersönliche Formulierungen, keine Konjunktive</li></ul>

# Anforderungen an die Sprache

<p>Alltagssprache</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Rückgriff auf vertrauten Kontext</li><li>➤ Kurze Sätze</li><li>➤ Keine formale oder Fachsprache</li></ul>
<p>Einsatz von bildhafte und konkrete Begriffe Analogien und Metaphern</p>	<p>...n, die auf visuelle, taktile oder Darstellungsbilder zielen</p> <ul style="list-style-type: none"><li>➤ Keine Details oder überexakte Angaben</li></ul>
<p>Zentrale Verben in Form von Handlungsanweisungen</p>	<p>...handlungen: gedankliches Bearbeiten, ...he Bewegungen</p> <ul style="list-style-type: none"><li>➤ Direkte und konkrete Anweisungen, Imperative</li><li>➤ Keine Passivformulierungen oder unpersönliche Formulierungen, keine Konjunktive</li></ul>

*Sprache anpassen!*

# Erfinden einer Vorstellungsübung

- In welcher Klassenstufe zu welchem Thema?
- Welches sind die zentralen Grundvorstellungen?
- Sind die Grundvorstellungen eher zugänglich oder widersprechen sie den Alltagserfahrungen  
(→ Paradoxon)
- Welcher Kontext eignet sich, um den mathematischen Inhalt einzubetten? Ist dieser Kontext den SuS vertraut? (→ Sonst den Kontext erst einführen)
- Welche Fähigkeiten und Fertigkeiten werden von den SuS erwartet?
- Sprachliches Niveau überprüfen!

# Reflexion

- 1) Ideen für Themen, die sich für  
Vorstellungsübungen eignen: ...
  
- 2) Darauf will ich beim Erstellen achten: ...
  
- 3) Das will ich beim Durchführen beachten:  
...
  
- 4) Darüber will ich noch nachdenken... / Das  
finde ich schwierig: ...