Dynamisch Geometrie Lehren und Lernen - Handlungsorientiert Geometrie betreiben mit analogen und digitalen Werkzeugen

Hans-Jürgen Elschenbroich & Gaby Heintz

Inhalt

I. Handlungsorientierung und Medien

Zielsetzung:

"Es kommt darauf an, den Schüler aus dem Passivum in das Aktivum zu übersetzen....
Es erscheint als Antwortversuch auf veränderte Lernstile von Schülern und Schülerinnen."

(Herbert Gudjons, Handlungs-orientierung, 1997, S. 10)

I. Handlungsorientierung und Medien

Definition:

„Handlungsorientierter Unterricht ist ein ganzheitlicher und schüleraktivierender Unterricht, in dem die zwischen dem Lehrer und den Schülern vereinbarten **Handlungsprodukte** die Organisation des Unterrichtsprozesses leiten, so dass Kopf- und Handarbeit der Schüler in ein ausgewogenes Verhältnis zueinander gebracht werden können.“

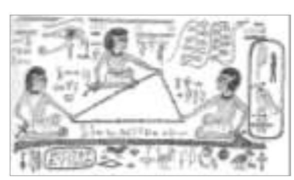
(H. Meyer, 2010)

I. Handlungsorientierung und Medien

Quadrate addieren

I. Handlungsorientierung und Medien

Konstruktion eines rechten Winkels über Längen



- Seilspanner (Harpedonapten): Beruf im alten Ägypten 2300 v. Chr.

I. Handlungsorientierung und Medien

Aktivierung

II. Beweispuzzles

Erkunden & Beweisen

Arbeitsauftrag: Partnerarbeit

Puzzeln Sie zunächst händisch.

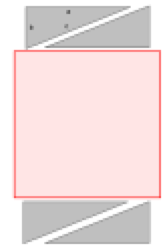
Aufgabe 1:

Schneide die Dreiecke aus und lege sie so in das große Quadrat, dass die Figur der Ersten binomischen Formel entsteht. Welche Flächen siehst du dann?

Aufgabe 2:

Schneide die Dreiecke aus und lege sie so in das große Quadrat, dass ein neues Quadrat sichtbar wird.

Material: Kopiervorlagen



Puzzle 1a Puzzle 1b

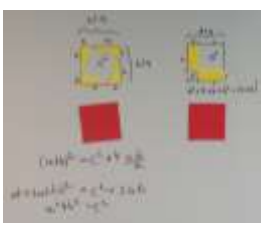
II. Beweispuzzles - Auswertung

Erkunden & Beweisen

Fazit 1:
(Schneller)Übergang zur algebraischen Darstellung

Fazit 2:
Verwendung von Äquivalenzumformungen

Fazit 3:
Die Voraussetzung (Rechtwinkligkeit) wird häufig vernachlässigt.



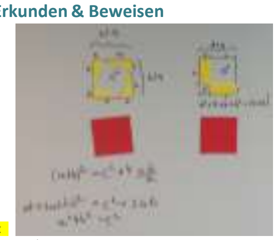
Handlung 1:
Geometrische Überlegungen stützen

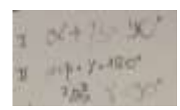
Handlung 2:
Begründungsketten veranschaulichen

Handlung 3:
Differenzierungs-potenzial nutzen

II. Beweispuzzles - Auswertung

Erkunden & Beweisen





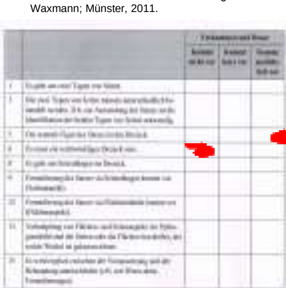
Unterrichtliche Voraussetzungen klar machen.

-> Differenzierungspotenzial.

Fazit 3:
Die Voraussetzung (Rechtwinkligkeit) wird häufig vernachlässigt.

II. Beweispuzzles - Auswertung

Drollinger-Vetter, Barbara: „Verstehenselemente und strukturelle Klarheit - Fachdidaktische Qualität der Anleitung von mathematischen Verstehensprozessen im Unterricht". Waxmann; Münster, 2011.



II. Beweispuzzles

Addieren geometrisch

In der Antike beschäftigte man sich mit der Frage, wie man verschiedene geometrische Objekte ‚addieren' kann.

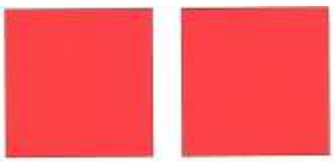
Bei zwei Strecken ist das ganz einfach:

Sie werden einfach aneinandergehängt (bei gleicher Richtung).

II. Beweispuzzles

Erkunden & Beweisen

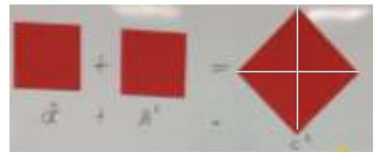
Aufgabenstellung:
Zerschneiden Sie die Figur aus **zwei** Quadraten so, dass daraus **ein** Quadrat zusammengelegt werden kann.



Kurzer Austausch mit dem Nachbarn

II. Beweispuzzles

Erkunden & Beweisen – Lösungsbilder aus der Fortbildung



- Hinweis: Möglichst **wenig** Schnitte.
- Vorgehensweise klar machen.

II. Beweispuzzles

Erkunden & Beweisen - ‚Stuhl der Braut'

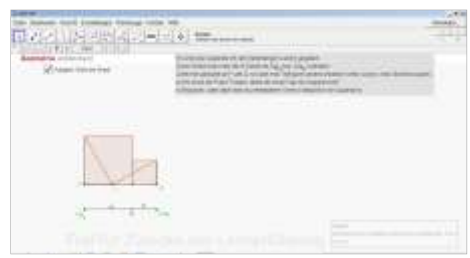
Zerschneiden Sie die Figur aus zwei Quadraten so, dass daraus **ein** Quadrat zusammengelegt werden kann.

Tipp:
Bei unterschiedlich großen Quadraten ist es schwierig(er) zu entdecken, wie man zerschneiden muss, damit die zusammengesetzte Figur wieder ein Quadrat entsteht.

Arbeitsblatt

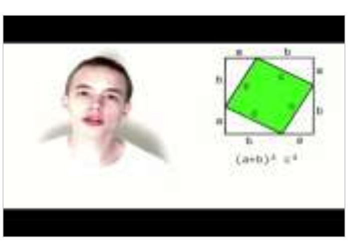
II. Beweispuzzles

‚Stuhl der Braut' dynamisch



II. Beweispuzzles

Üben mit Musik



III. (Dynamische) Geometrie und Werkzeuge

Geometrie: Seit über 2000 Jahren ‚Elemente' des Euklid

- Konstruktionen mit Zirkel & Lineal.
- Axiomatischer Aufbau.
  Schema: Definition, Satz, Beweis.
- *„Die ‚Elemente' wirken inhaltlich und methodologisch bis in unsere Zeit".* (Trageser 1995, Einleitung).

- Gegenbewegung Kusserow (1928): Los von Euklid!
  *„Manchmal wird es geraten sein, den Lehrsätzen eine abweichende Form zu geben, die sich dem **Grundsatze der Bewegung** besser anpaßt."*

III. (Dynamische) Geometrie und Werkzeuge

Gutes Werkzeug – schlechtes Werkzeug? („Der TR ist schuld“)

Aufgabe : Mache im Garten ein Loch!

Das Werkzeug sollte zur Aufgabe passen …
… und die Aufgabe zum Werkzeug.

III. (Dynamische) Geometrie und Werkzeuge

Lernwerkzeuge

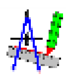
- „Um die Gesamtheit der Mittel und Hilfsmittel beim Lernen zu bezeichnen, hat sich in der Pädagogik/Erziehungswissenschaft der Begriff des ***Lernwerkzeugs*** durchgesetzt.
- Im Unterrichtsalltag kommen Lernwerkzeuge in Form von Heften, Füllern, Radiergummis, Linealen, Taschenrechnern und Computer-programmen (z. B. elektronische Nachschlagewerke) etc. vor. […]
- Gute Lernwerkzeuge helfen und sorgen für eine **Arbeitserleichterung** und tragen auch zu einer **Unterstützung wichtiger Lernaktivitäten** bei.“

Quelle: Wikipedia

III. (Dynamische) Geometrie und Werkzeuge

Klassische Geometrie-Werkzeuge (analog)

- Seit Euklid: Lineal (ohne Längenskala), Zirkel.
  Basisobjekte: Gerade, Kreis.



- Spätere Werkzeuge: Lineal mit Längenskala, Winkelmesser, Geodreieck.
  Basisobjekte: Strecke, angetragener Winkel, Parallele, Senkrechte.

- Storchenschnabel, Ellipsenzirkel, Parabelzirkel, …
  Basisobjekte: Vergrößertes/ verkleinertes Bild, Ellipse, Parabel, …

III. (Dynamische) Geometrie und Werkzeuge

Dynamische Geometrie-Software (seit ca. 1990)

- **Zugmodus**: Bewegliche, dynamische Punkte. Konstruktionsrelationen bleiben erhalten.
- **Ortslinie/ Spur**: Punkte hinterlassen im Zugmodus eine ‚Spur‘ oder erzeugen eine Ortslinie. Visualisiert auch funktionale Abhängigkeit.
- **Dynamische Zahlen/ Schieberegler:** Parameter bei Konstruktionen und Funktionen.
- **Dynamische Messungen** (Abstand/Länge, Winkel, Fläche).
- **Dynamische Berechnungen**.
- **Dynamische Abbildungen.**

III. (Dynamische) Geometrie und Werkzeuge

Besonderheiten Dynamischer Geometrie-Software

- verschiedene Arten von
  - Punkten
  - Strecken
  - Geraden,
  - Kreisen
- Unterscheidung Zeichnung (Bildschirmkonfiguration, Ausdruck) und Figur (Konstruktion).
- Zugmodus als Test auf die Eigenschaften/ Korrektheit von Figuren.
- Mächtige Basisoperationen (z.B. Winkelhalbierende, Kreis durch 3 Punkte)
- Ortslinien.

III. (Dynamische) Geometrie und Werkzeuge

Dynamische Visualisierung

In der Frühzeit des Computers: Manipulation und Ausgabe von Zahlen
Heute: Dynamische Visualisierung:

  - Visuell: Berechnungen sichtbar machen.
  - Dynamisch: Änderungen sofort umsetzen.
  - Interaktiv: auf Aktionen der Schüler sofort reagieren.

- Mehr als Ver-anschaulichung, mehr als bloße Bebilderung!

IV. Dynamische Arbeitsblätter

Universelles Werkzeug oder Lernumgebung?

Werkzeug: Universell einsetzbar. Lernumgebung: Vorgegebener Rahmen

IV. Dynamische Arbeitsblätter

- Eigenes Erstellen von Konstruktionen vom leeren Bildschirm aus durch jeden Schüler ist:
  - oft zeitaufwändig,
  - trickreich und software-spezifisch,
  - fehlerträchtig, instabil,
  - im Klassenzusammenhang stressig,
  - verführen zu Handling-Kursen.
- Vorbereitete dynamische Arbeitsblätter als Lernumgebung bieten Schülern und Lehrern:
  - eine sichere Basis,
  - Orientierung,
  - Konzentration auf mathematische Aspekte,
  - geleitetes Entdecken.

IV. Dynamische Arbeitsblätter

- Ein dynamisches Arbeitsblatt besteht aus
  - einer geometrischen Konstruktion,
  - einem Aufgabentext/ Arbeitsanweisungen ,
  - ggf. Kontrollelementen.

IV. Dynamische Arbeitsblätter

Arbeitsaufträge:

- **Beispiel: Euler** 2_Euler.ggb
- **Beispiel: Höhenschnittpunkt** 3_Hoehenschnittpunktskurve.ggb
- **Beispiel 3D: Archimedischer Körper** 5-Archimedischer_Körper.ggb

Literatur

- Elschenbroich, H.-J. (2005): Mit dynamischer Geometrie argumentieren und beweisen. In: Barzel, Hußmann & Leuders (Hrsg.): Computer, Internet & Co. Im Mathgematik-Unterricht. Cornelsen Scriptior
- Elschenbroich, H.-J. (2001): Der Satz des Pythagoras mit Schere und Computer. MatheWelt 109
- Elschenbroich, H.-J. & Heintz, G. (Hrsg.) (2008): *Medien – Methoden – Kompetenzen.* Der Mathematikunterricht. Heft 6, Jahrgang 54
- Elschenbroich, H.-J. & Seebach, G. (2011-2013): Geometrie entdecken! Mit GeoGebra. Teil 1- 3. coTec
- Elschenbroich, H.-J. & Seebach, G. (2007): Geometrie erkunden. In: *mathematik lehren 144*.
- Heintz, G. et al. (2017): Werkzeugkompetenzen- Kompetent mit digitalen Werkzeugen Mathematik betreiben. Medienstatt
- Heintz, G.; Pinkernell, G.; Schacht, F. (Hrsg.) (2016). Digitale Werkzeuge für den Mathematikunterricht. Festschrift für Hans-Jürgen Elschenbroich, Verlag Seeberger.
- Heintz, G. (2003): Selbstständiges Lernen in einer medialen Lernumgebung. In: Leuders (Hrsg.): Mathematik-Didaktik. Cornelsen Scriptor, Berlin
- Heintz, G. (2005): Entdeckungen an rechtwinkligen Dreiecken - innere Differenzierung mit elektronischen Arbeitsblättern, mathematik lehren 131
- Kuzle, A., Biehler, R., Dutkowski, W., Elschenbroich, H.-J., Heintz, G. & Hollendung, K. (2017): GEOMETRIE kompakt NRW. Erscheint in: Biehler, R., Lange, T., Leuders, T., Rösken-Winter, B., Scherer, P., Selter, C.: Mathematikfortbildungen professionalisieren – Konzepte, Beispiele und Erfahrungen des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik. Springer

Kontakt:

elschenbroich@t-online.de

gaby.heintz@t-online.de